

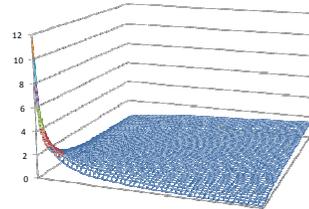
Keywords: Cook-Johnson-Copula, Evidence, Clustering, signification, non-life results

Modellierungsfreiheiten für Abhängigkeitsstrukturen mit der Cook-Johnson-Copula - Am Beispiel der Jahresergebnisse der SHUKR Versicherer 2001-2010 -

Robert Holz, <http://www.rankingweb.de>

Abstract:

With Data from German non-life results 2001 to 2010 the Cook-Johnson-Copula is fitted to significate the necessity to get futher insights in Data for modelling with higher dimension. Possibilities to do so are shown by coarsen evident.



Das versicherungstechnische Ergebnis wird in der Modellierung von Unternehmensrisiken unter Solvency II neben der Einschätzung des versicherungstechnischen Risikos und in Ermangelung konkreter Erfahrung auch zur Einschätzung des operativen Risikos herangezogen. Abhängigkeiten sind dann insbesondere zu weiteren Unternehmensrisiken von Bedeutung und um Eigenkapitalerfordernisse möglichst reduzieren zu können. Beispielsweise Kriele und Wolf bemerken dazu, dass sich mittels Copulas Tail-Abhängigkeiten kapitalmindernd nutzen lassen sowie aber auch¹: „Die Theorie der Copulas löst das Abhängigkeitsproblem nicht, sondern strukturiert es nur.“

Folgend wird anhand der versicherungstechnischen Ergebnisse 2001 bis 2010 von 120 SHUKR-Versicherern sowie im Vergleich zu deren Ergebnisse ohne Risikoversorge, die Entwicklung der bedeutenden Kenngrößen für sich transparent dargestellt, um die Flexibilität in der Modellierung von Abhängigkeiten mittels der Cook-Johnson-Copula vor Augen zu führen.

Nachdem die Aufsicht in der Modellierung von Unternehmensrisiken den Einfluss von Korrelationen bereits begrenzt², stellt sich die Frage, ob dies für die ersatzweise Modellierung von Abhängigkeiten mittels Copulas nicht sogar notwendiger wird.

• Versicherungstechnische Ergebnisse und Ergebnisse ohne Risikoversorge

In den Ergebnissen ohne Risikoversorge sind die wesentlicher zufällig bestimmten Einflüsse auf die Jahresergebnisse der SHUKR-Versicherer zusammengefasst. Dies sind wesentlich die Zahlungsquoten und die aufgrund des Schadenrückstellungsvolumens zugerechneten Kapitalanlageergebnisse. Um Bruttojahresergebnisse zu erhalten sind außerdem die Betriebsaufwendungen hinzugerechnet. In der Summe sind die Werte in Relation zu den gebuchten Bruttobeiträgen betrachtet und um 1 vermindert.

Gegenüber den ausgewiesenen versicherungstechnischen Ergebnissen sind dann wesentlich sowohl das Risikopolitische Instrument³ der Schwankungsrückstellungen wie auch der Rückversicherungsnahme nicht berücksichtigt, die glättend auf die mit der GuV ausgewiesenen versicherungstechnischen Ergebnisse wirken und wie die Darstellung der Zeitreihen in Anhang II augenscheinlich werden lässt.

¹ Vgl. M. Kriele, J. Wolf: „Wertorientiertes Risikomanagement ..“, 2012, S. 100

² Vgl. etwa R. Holz: „Private Kollektive ...“, 2007, S 59f

³ Vgl hierzu und in Zusammenhang mit den verwendeten Daten ausführlicher R. Holz 2011: „Private Kollektive ..“ Abschnitte 2.3 und 5.2

Beide Kennzahlen weisen Rangkorrelationen der Werte von ca. 0,5 und höher für jeweils aufeinanderfolgende Jahre auf, wie die Korrelationsmatrizen des Anhangs I aufzeigen.

Die für einfache archimedische Copulas wesentliche Eigenschaft, dass bis auf die Randverteilungen nur ein Parameter θ unabhängig von der Zahl der Dimension in die Findung des Modells eingeht und die Dimensionen außerdem austauschbar in den Modellen sind, ist jedoch nicht erfüllt, da die Korrelationen für weiter auseinanderfallende Jahre also etwa extrem für die Jahre 2001 und 2010 mit ungefähr 0,2 bedeutend geringer sind. Dennoch kann nahezu immer Anpassungsgüte generiert werden.

• Veranschaulichung der Daten⁴

Mittels der Mediationstechniken der Datei <http://www.rankingweb.de/Regio2003.xls> sind mit Anhang I sowie auch im Anhang IV.2 anhand von Clusterungen sowohl der Verteilungen wie auch der Werte, Ermittlung der vergrößerten gemeinsamen Verteilungen, Darstellung der paarweisen Pearson- und Rangkorrelationen sowie mit dem Anhang II die Zeitreihenentwicklungen und die Perzentile der genannten Kennzahlen vor Augen geführt.

Mit dem Instrument der Copulas wird Risiko bzw. Abhängigkeit als Ersatz für paarweise (Rang-) Korrelation auf ebensolche Kenngrößen reduziert, die aber mehr als zweidimensional betrachtet werden können.

Auch im zweidimensionalen Fall ist der Merkmalsplott wenig intuitiv für das zu verwendende Modell, wie mit der Konstruktion von Copula-Dichten deutlich wird und weil die stochastische Abhängigkeit der Randverteilungen das Rechteckgitter verändert.

• Copula⁵

Copulas sind (multivariate) Verteilungen deren Dichte sich wie folgt darstellen lässt:

$$c(u_1, \dots, u_d) = \frac{f(x_1, \dots, x_d)}{\prod_{i=1}^d f_i(x_i)}, \quad u_i = F_i^{-1}(x_i), \quad u \in [0;1],$$

F die Verteilungsfunktion sowie f die Dichte der jeweiligen Rand- oder gemeinsamen Verteilung von Zufallsvariablen $X=(X_1, \dots, X_d)$.

Die eindeutige spezifische Copula-Dichte und das Produkt der stochastisch unabhängig verknüpften Randdichten bilden also die Dichte der gemeinsamen Verteilung von X nach, so dass die spezifische Copula-Dichte $c(u_1, \dots, u_d)$, solange $c()$ nicht das Produkt von Indikatorfunktionen ist, die Abhängigkeitsverzerrung der Multiplikationen $\prod_{i=1}^d f_i(x_i)$ stochastisch abhängiger Randverteilungen beschreibt.

Die Verteilungsfunktion der Copula $C: [0;1]^d \rightarrow [0;1]$ ist im Fall der archimedischen Copulas wie folgt mit einem Generator ϕ_a gegeben:

$$C(u_1, \dots, u_d) = \phi^{-1}(\phi(u_1) + \dots + \phi(u_d))$$

⁴ Die Darstellung folgt den auch mit R. Holz: „Private Kollektive Finanzdienstleister ..“, vertretenen.

⁵ Die technischen Inhalte insbesondere in Bezug auf archimedische Copulas sind der ausführlichen Arbeit von C. Savu: „Modellierung multivariater Abhängigkeitsstrukturen ..“, 2007 entnommen. Veranschaulichungen von Copula-Modellen finden sich etwa mit T. Nguyen, D. Molinari: „Quantifizierung von Abhängigkeitsstrukturen ..“, 2009 und M. Niehof: „Modellierung von stochastischen Abhängigkeiten ..“, 2009.

Der Generator $\phi_\theta = (t^\theta - 1)/\theta$ liegt der hier betrachteten archimedischen Cook-Johnson-Copula-Familie zu Grunde. Es ist also

$$C_\theta(u_1, \dots, u_d) = \left[u_1^{-\theta} + \dots + u_d^{-\theta} - d + 1 \right]^{-\frac{1}{\theta}}, \quad \text{für } \theta > 0$$

Der Grenzfall $\theta \rightarrow 0$ beschreibt den Spezialfall der stochastischen Unabhängigkeit, der Grenzfall $\theta \rightarrow \infty$ die vollständige Abhängigkeit und es gilt, $\tau = \theta/(2 + \theta)$, für die auch unter dem Namen Kendall's Tau bekannte Rangkorrelation. Die spezifische Cook-Johnson-Copula-Dichte errechnet sich zu:

$$c_\theta(u_1, \dots, u_d) = \left[u_1^{-\theta} + \dots + u_d^{-\theta} - d + 1 \right]^{-\frac{(1+d\theta)}{\theta} - 1} \prod_{j=0}^{d-1} (1 + j\theta) \prod_{i=1}^d u_i^{-(1+\theta)}$$

und für die bedingten Cook-Johnson-Copula-Verteilungen folgt:

$$C_\theta(u_k | u_1, \dots, u_{k-1}) = \frac{\left[u_1^{-\theta} + \dots + u_{k-1}^{-\theta} - k + 1 \right]^{-\frac{1}{\theta} - k}}{\left[u_1^{-\theta} + \dots + u_{k-1}^{-\theta} - k + 2 \right]^{-\frac{1}{\theta} - k}}$$

Für den hier betrachteten Test der Anpassungsgüte ist außerdem die univariate Verteilung der Copula von Bedeutung die man erhält, wenn man:⁶ „die Zufallsvariablen U_1, \dots, U_d in ihre eigene Copula C einsetzt, so entsteht die Zufallsvariable $C(U_1, \dots, U_d)$ “, deren univariate Verteilungsfunktion K gegeben ist als:

$$K_\theta(t) = t + \sum_{i=1}^{d-1} \frac{(t^{-\theta} - 1)^i}{\theta^i i!} t^{1+i\theta} \prod_{j=0}^{i-1} (1 + j\theta)$$

In Savu⁷ wird dann die χ^2 -Zählstatistik verwendet, um die angepasste theoretische Verteilung $K_\theta(t)$ mit der empirischen Copula-Verteilung V_θ zu vergleichen.

Für $K(t)$ wie für V ist zunächst das θ zu schätzen, was mittels Maximum-Likelihood-Schätzung für $c_\theta(u_1, \dots, u_d)$ mit den empirischen Randverteilungen realisierbar ist. Es wird in der Literatur aber auch vorgeschlagen den Zusammenhang $\tau = \theta/(2 + \theta)$ also die Rangkorrelation für die Schätzung des θ zu verwenden und womit, wie sich zeigt, überwiegend deutlich höhere Abhängigkeiten mit Anpassungsgüte versehen werden können.

Da die χ^2 -Zählstatistik in der Anwendung hier aufgrund der stochastischen Abhängigkeit der Randverteilungen nicht mehr χ^2 -verteilt ist, ist für den Test der Anpassungsgüte die Verteilung der Teststatistik mittels eines Bootstrap-Verfahrens zu erzeugen, indem mit dem θ der Ausgangsdaten zunächst neue Datensätze D_i generiert werden für die dann jeweils das θ_i geschätzt wird, um hiermit die χ^2 -Zählstatistiken T_i zu berechnen. Überwiegend ist $i=1, \dots, n$ für $n=100$ bereits aussagekräftig.

Wie üblich für die χ^2 -Zählstatistik werden Intervalle vorgegeben, innert derer - als übliche einzige Restriktion - mindestens fünf Datenpunkte zugeordnet werden.

Die Eigenart der Cook-Johnson-Copula-Familie der Masse-Konzentration am Verteilungsursprung macht es dann insbesondere für höher dimensionale Modelle notwendig auch die Testintervalle auf

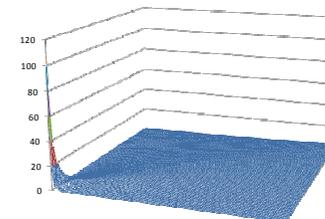
⁶ Vgl. Savu, S. 57

⁷ Vgl. Savu, Abschnitt 6.3 „Ein neuer χ^2 -Test auf Anpassungsgüte für archimedische Copulas“

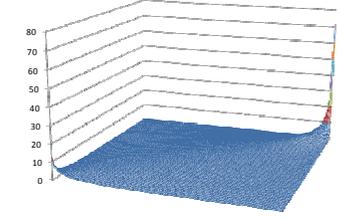
den Verteilungsursprung zu konzentrieren. Der Effekt von Massekonzentrationen in den Ecken der Verteilungen, zeigt sich auch bei den folgend aufgezeigten übrigen Copula-Familien und ist nicht etwa ein Diskretisierungsfehler.

- Beispiele von Copula-Dichten mit jeweils $\tau = 0,5$ bzw. $\rho = 0,5$

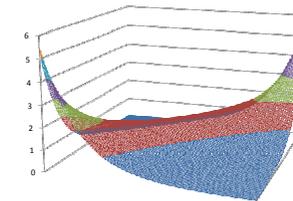
I. archimedische Copula-Dichten



Cook-Johnson-Copula mit $\theta=2$ (Masse = 1,0032)

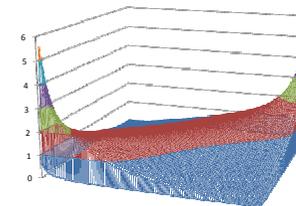


Gumble-Copula mit $\theta=2$ (Masse = 1,0018)

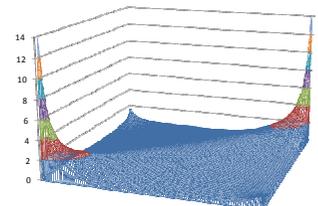


Frank-Copula mit $\theta=5,734$ (Masse = 1,0000)

II. elliptische Copula-Dichten



Gauß-Copula mit $\rho = 0,5$ (Masse = 0,9633)



Student-Copula mit $\rho = 0,5$ (Masse = 0,9650)

Die archimedische Cook-Johnson-Copula-Familie bringt den Vorteil mit sich auch für höhere Dimensionen noch gut handhabbar zu sein, während dies für die übrigen der aufgezeigten archimedischen Copula Familien schon ab der Dimension von etwa 5 teils unverhältnismäßigen Aufwand bedeutet.

Es wird nun die zusammengesetzte Hypothese $H_0: C \in \{C_\theta, \theta \in \Theta\}$ gegen $H_1: C \notin \{C_\theta, \theta \in \Theta\}$ getestet.

Für die Simulation der Cook-Johnson-Copula wurde die bedingte Inversionsmethode verwendet. Hierzu werden für ein Modell der Dimension d zunächst d unabhängige $U(0,1)$ verteilte Zufallszahlen

v_1, \dots, v_d erzeugt. Mit der Initialisierung $u_1 = v_1$ wird dann sukzessive aus $v_i = C(u_i | u_{i-1}, \dots, u_1)$, $i=2, \dots, d$, anhand der bereits bekannten Historie das

$$u_i = \left[(v_i^{\theta+1} - 1)(2 - i + \sum_{j=1}^{i-1} u_j^{-\theta}) + 1 \right]^{-1/\theta}$$

ermittelt, so dass $u=(u_1, \dots, u_d)$ die Ausprägung eines Cook-Johnson verteilten Zufallsvektor der Dimension d darstellt.

Mittels des aus der Ursprungstichprobe und deren empirischer Verteilung geschätzten θ 's, wird also für jeden Test T_i eine neue Stichprobe generiert aus denen die empirischen Verteilungen und θ 's neu berechnet werden. Es wurde jeweils der ursprüngliche Stichprobenumfang von 120 beibehalten.

Die so generierten χ^2 -Zählstatistiken T_i bilden die jeweilige Testverteilung mit Hilfe derer die Nullhypothese im unteren und oberen 5%-Quantil abgelehnt werden kann.

- Evidence**

Im Anhang I sind unter anderem stark vergrößerte gemeinsame Verteilungen der Kennzahlen 2001 bis 2010 dargestellt. Insbesondere die feinere Vergrößerung mit Fünftel-Quantilen der versicherungstechnischen Ergebnisse lässt die Annahme einer Cook-Johnson-Copula mit kleiner Rangkorrelation zu.

Die Clusterungen der empirischen Randverteilungen sowohl der versicherungstechnischen Ergebnisse wie auch der Ergebnisse ohne Risikovorsorge zeigen jedoch, dass insbesondere mit den jeweiligen Clustern 1 und 9 für nicht unbedeutende Anteile der zu Grunde liegenden Daten vom allgemeinen Bild abweichende Verläufe der Kennzahlwerte zu beobachten sind. Und es ist insbesondere die bereits erwähnte Austauschbarkeit der Merkmale aufgrund der schwächeren Korrelationen auseinanderliegender Jahre offensichtlich nicht erfüllt. Auch die stark vergrößerte gemeinsame Verteilung der Ergebnisse ohne Risikovorsorge weist eine Massekonzentration in Ursprungsnähe auf.

Modelle 2001 bis 2010 (d=10):

Sowohl für die Schätzung der θ 's aus der Rangkorrelation wie auch für die Maximum Likelihood Schätzung (MLE) wird die Nullhypothese gemäß der Dokumentationen in Anhang III jeweils abgelehnt, und es gelingt auch mit anderen Zählklassen nicht dies zu verhindern. Für beide Kennzahlen finden sich aber in Abhängigkeit von den gewählten Zählklassen Bandbreiten schwächerer θ 's, mit denen die Ablehnung der Nullhypothese verhindert werden kann, insbesondere wenn die Zählklassen in den eher stochastisch unabhängig verteilten rechten Rand der Modelle verschoben werden.

Betrachten wir die mit den Historien der jeweiligen Cluster 1 bis 9 nachempfunden bedingten Erwartungen des Jahres 2010 mit Anhang IV.4, dann verwischen die schwachen Korrelationen der gewählten Modelle die deutlichen Unterschiede der aktuellen Clustermittelpunkte jedoch nahezu vollständig.

Modelle 2006 bis 2010 (d=5):

Die Austauschbarkeit der Merkmale kann für beide Kennzahlen mit den Jahren 2006 bis 2010 aufgrund ähnlicher Korrelationen auch für entfernte Jahre eher als gegeben angenommen werden. Die MLE-Schätzung verhindert in beiden Modellen bei geeigneter Wahl der Zählklassen die Ablehnung der Nullhypothese. Im Fall der Schätzung des θ 's aus der Rangkorrelation gelingt dies nur für die Kennzahl der versicherungstechnischen Ergebnisse.

In die höheren θ 's bei der Schätzung aufgrund der mittleren Rangkorrelationen sind nur die Korrelationen der paarweise verschiedenen Jahre nicht die 1-Korrelationen mit eingegangen.

Betrachten wir hierzu den Anhang IV, so werden nun auch die spezifischen bedingten Erwartungen spezieller Historien besser wiedergegeben, jedoch weiterhin deutlich angeglichen. Die Clusterergebnisse der Randverteilungen geben dann offensichtlich den größeren Aufschluss über mögliche Modellqualitäten als die unkritische Anwendung eines Anpassungstests, insbesondere wenn die Clusterungen Modellerwartungen zur Überprüfung angepasst werden und wie dies folgend unter Ausnutzung der Modellsymmetrien vor Augen geführt sei.

versicherungstechnische Ergebnisse

0-Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1-Q	Gewicht	
-40,1%	---	---	--	-	0	0	*	**	**	38,8%	2,0	2010
-22,9%	---	-	--	0	0	**	**	*	**	31,2%	1,0	2009
-21,8%	--	-	--	0	0	**	*	**	**	32,5%		2008
-43,2%	---	-	--	0	0	*	*	**	**	29,0%		2007
-30,4%	--	-	--	0	0	*	*	*	**	28,6%		2006
MOV												
oD n TkwK sgRH												
12 7 18 11 24 2 12 10 24												
0,68 0,55 0,55 0,52 0,55 0,55 0,46 0,40 0,65												
											120	Anzahl:
											0,56	<u>avg.-max.-memb.</u>

Ergebnisse ohne Risikovorsorge

0,0-Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1,0-Q	Gewicht	
-39,4%	---	---	--	-	0	0	*	**	**	135,1%	2,0	2010
-15,4%	---	-	--	0	0	**	**	*	**	124,0%	1,0	2009
-30,0%	--	-	--	0	0	*	*	*	**	163,3%		2008
-43,2%	---	-	--	0	0	*	*	0	**	110,7%		2007
-17,2%	--	-	--	0	0	*	*	*	*	36,2%		2006
MOV												
oD R H T _w \bar{O}												
13 7 18 8 26 5 12 12 19												
0,71 0,57 0,56 0,44 0,50 0,35 0,57 0,55 0,64												
											120	Anzahl:
											0,56	<u>avg.-max.-memb.</u>

Den mit den erzwungenen Clustermittelpunkten der Merkmale 2009 und 2010 fehlenden ausreichenden Zuordnungsmöglichkeiten sind dann zunächst die Konzentrationen in den Clustern 5 geschuldet. Offensichtlich empfinden die freien Merkmale 2006-2008 im Fall der versicherungstechnischen Ergebnisse das Cook-Johnson-Copula Modell besser nach als für die Ergebnisse ohne Risikovorsorge.

Modelle der Folgejahre (d=2):

Nur im Fall der Jahre 2001, 2002 der Kennzahl Ergebnisse ohne Risikovorsorge ist die mittels Maximum Likelihood geschätzte Korrelation des Modells stärker als die unmittelbar gemessene Rangkorrelation. Offensichtlich ist die Anpassung der paarweisen Merkmale mit den augenscheinlichen „Verfahrensfreiheiten“ unproblematisch.

• Resümee

Analog der in Bezug auf die Transparenz von Ratings mit einer aktuellen Arbeit des Autors⁸ vorgeschlagenen notwendigen allgemeineren Evidence, erscheint es nicht nur im vorliegenden Fall angeraten in der Beurteilung multivariater Daten mit Methodenvielfalt gesichertere Aussagen zu treffen und sofern dies möglich ist. Beispielsweise mit Köck finden sich dann aber auch mehrparametrische Copula Modelle, deren größerer Anpassungsfähigkeit jedoch analoge Freiheitsgrade der Anpassungsverfahren gegenüberstehen.

Die zugrundeliegenden Daten werden vom Autor auf Wunsch anonymisiert zur Verfügung gestellt.

robert.holz@t-online.de

Literatur:

- J. Felsenheimer et. al. (Hrsg): „Kreditmärkte im Wandel“, Wiley 2011
J. Dobric: „Nichtparametrische Inferenz für Copulas“, Shaker 2008
R. Holz: „Private Kollektive Finanzdienstleister 2007 – Status Quo, Mediation, .. -“ sowie .. „Private Kollektive Finanzdienstleister 2011 – Erfüllungswerte und Perspektiven einer Transparenz von Ratings –“, <http://www.rankingweb.de/Buch.html>
C. Köck: „Multivariate Copula-Modelle für Finanzmarktdaten“, Shaker 2008
M. Kriele, J. Wolf: „Wertorientiertes Risikomanagement von Versicherungsunternehmen“, Springer 2012
T. Nguyen, D. Molinari: „Quantifizierung von Abhängigkeitsstrukturen zwischen Risiken in Versicherungsunternehmen“, German Risk and Insurance Review, 2009
M. Niehof: „Modellierung von stochastischen Abhängigkeiten mittels Copulas“, Diplomarbeit des Instituts für mathematische Statistik, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, 2009
C. Savu: „Modellierung multivariater Abhängigkeitsstrukturen auf Finanzmärkten mit archimedischen und hierarchischen archimedischen Copulas“, Logos 2007
F. Schmid, M. Trede: „Finanzmarktstatistik“, Springer 2006

Anhänge:

- I: Visualisierung der Daten mittels der Techniken der Datei <http://www.rankingweb.de/Regio2003.xls>
II: Darstellung der Zeitreihenentwicklungen und derer Percentile
III: Testergebnisse
IV: Copula-Dichte und Bedingte Copula-Dichten mit den Parametern der Modelle 2001,2006-2010
V: R-Quellcode zum Vergleich. Die Auswertungen oben sind mit EXCEL-VBA realisiert

⁸ Vgl R. Holz: „Private Kollektive Finanzdienstleister 2011 – Erfüllungswerte und Perspektiven einer Transparenz von Ratings –“, <http://www.rankingweb.de/Buch.html>

Anlage V: # R-Quellcode

```
library(rpanel)
require("copula")
require("copBasic")

cop.draw <- function(slide) {
  par(mfrow = c(2, 2))
  tau <- slide$KendallTau
  t <- c(copClayton@tauInv(tau), copGumbel@tauInv(tau), copFrank@tauInv(tau))
  cm <- 0.8
  ca <- 0.6
  cl <- 0.7
  cp <- c("clayton", "gumbel", "frank")
  cc <- c("lightgreen", "lightgray", "lightblue")

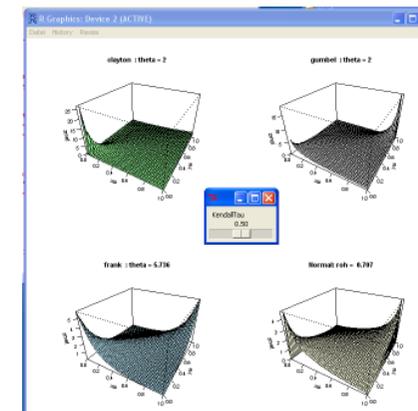
  for (i in 1:3)
  { persp(archmCopula(cp[i], t[i], dim = 2), dcopula, main=paste(cp[i], " : theta =",
    round(t[i], digits=3)),
    cex.main=cm, col=cc[i], theta=30, phi=30,
    ticktype="detailed", cex.axis=ca, cex.lab=cl) }

  ro <- sin(tau*pi/2)
  persp(normalCopula(0.5, dim = 2, dispstr = "ex"), dcopula,
    main=paste("Normal: roh = ", round(ro, digits=3)),
    cex.main=cm, col="lightyellow", theta=30, phi=30,
    ticktype="detailed", cex.axis=ca, cex.lab=cl)

  par(mfrow = c(1, 1))
  slide }

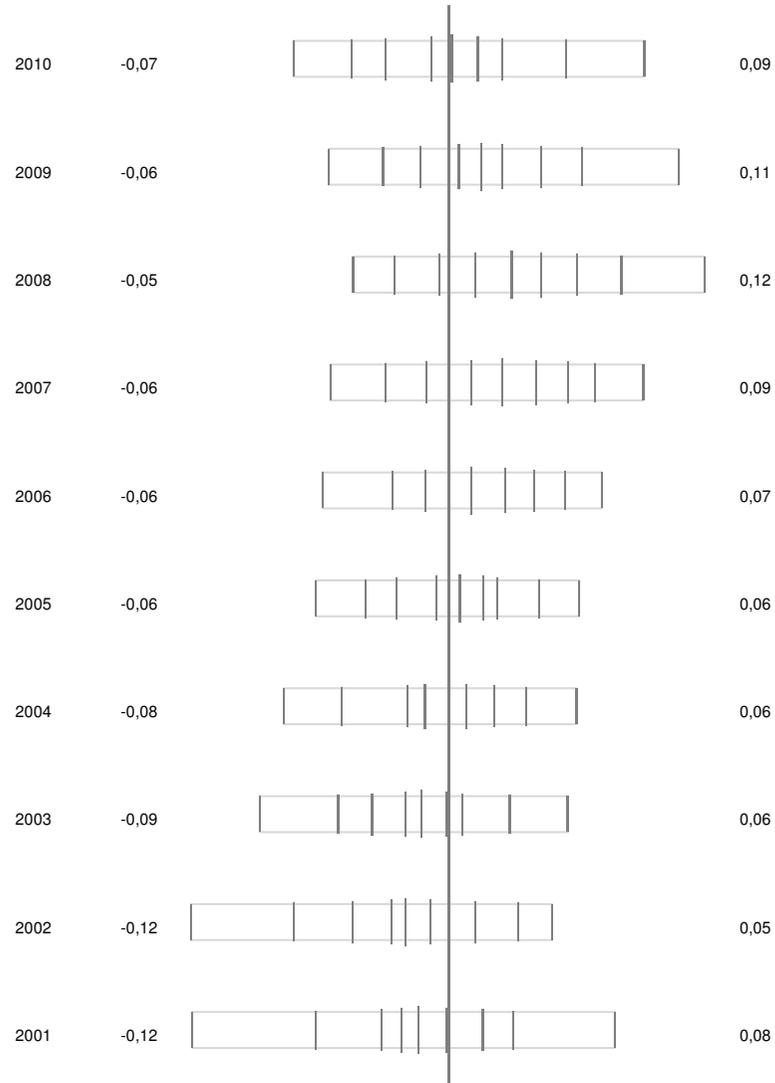
slide <- rp.control(KendallTau = 0.5)
rp.slider(slide, KendallTau, 0, 1, showvalue = TRUE, resolution=0.05, cop.draw)
```

Ergebnis



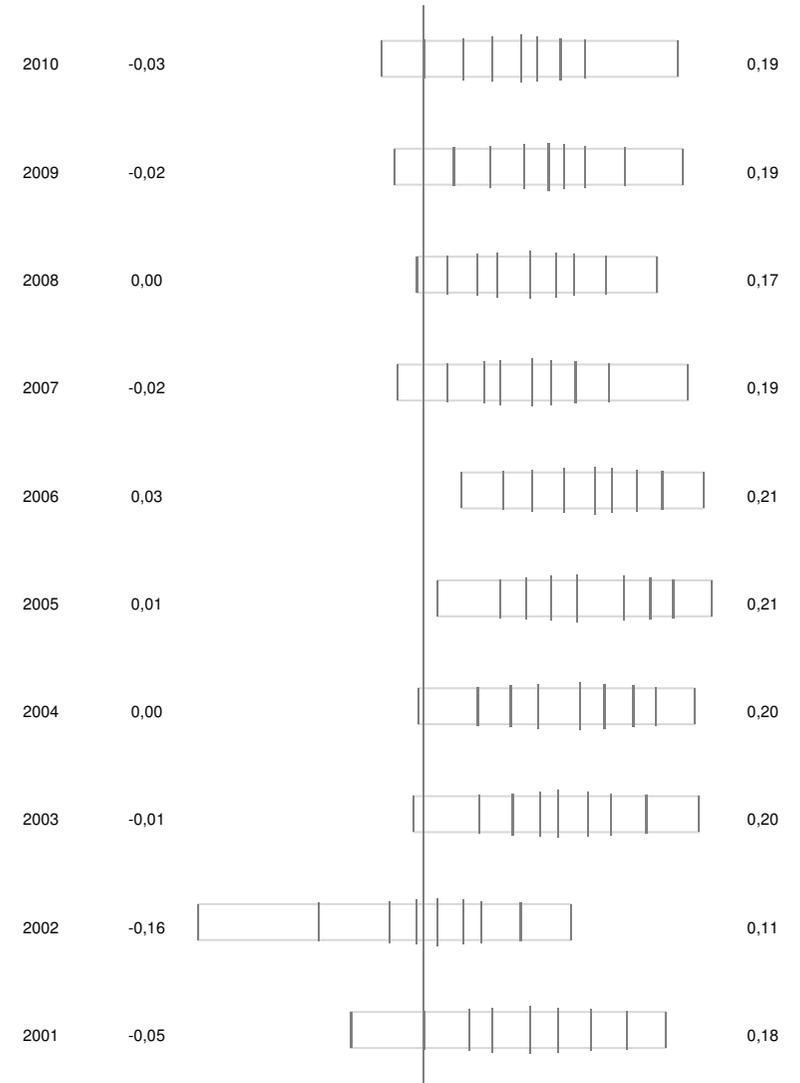
Anhang II:

versicherungstechnische Ergebnisse



Anhang II:

Ergebnisse ohne Risikovorsorge



Testergebnisse: Versicherungstechnische Ergebnisse

MLE paarweise:

	2001 theoret. empirisch			2002 theoret. empirisch			2003 theoret. empirisch			2004 theoret. empirisch			2005 theoret. empirisch			2006 theoret. empirisch			2007 theoret. empirisch			2008 theoret. empirisch			2009 theoret. empirisch				
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		
0,05	12,08	9,00	0,05	11,98	9,00	0,05	10,17	8,00	0,05	10,08	9,00	0,05	9,90	9,00	0,05	10,53	9,00	0,05	10,08	8,00	0,05	10,17	8,00	0,05	10,17	8,00	0,05	11,09	10,00
0,10	23,93	19,00	0,10	23,76	19,00	0,10	20,30	18,00	0,10	20,12	20,00	0,10	19,78	18,00	0,10	21,00	17,00	0,10	20,12	20,00	0,10	20,30	20,00	0,10	20,30	20,00	0,10	22,08	18,00
0,30	66,54	54,00	0,30	66,22	52,00	0,30	59,22	54,00	0,30	58,80	51,00	0,30	58,01	48,00	0,30	60,77	50,00	0,30	58,80	47,00	0,30	59,22	50,00	0,30	59,22	50,00	0,30	63,02	54,00
0,40	83,66	73,00	0,40	83,37	74,00	0,40	76,54	69,00	0,40	76,11	65,00	0,40	75,29	63,00	0,40	78,12	67,00	0,40	76,11	64,00	0,40	76,54	65,00	0,40	76,54	65,00	0,40	80,34	68,00
0,50	97,39	83,00	0,50	97,16	86,00	0,50	91,52	79,00	0,50	91,14	79,00	0,50	90,41	78,00	0,50	92,87	80,00	0,50	91,14	76,00	0,50	91,52	76,00	0,50	91,52	76,00	0,50	94,73	79,00
0,60	107,60	93,00	0,60	107,45	96,00	0,60	103,53	92,00	0,60	103,25	89,00	0,60	102,71	91,00	0,60	104,51	93,00	0,60	103,25	89,00	0,60	103,53	90,00	0,60	103,53	90,00	0,60	105,80	91,00
1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00
Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob																								
1,75	20,86	0,63	1,78	15,18	0,43	2,45	10,80	0,41	2,50	14,93	0,65	2,60	10,21	0,43	2,28	10,88	0,33	2,50	17,15	0,72	2,45	15,65	0,66	2,05	18,47	0,69			

	2001 theoret. empirisch			2002 theoret. empirisch			2003 theoret. empirisch			2004 theoret. empirisch			2005 theoret. empirisch			2006 theoret. empirisch			2007 theoret. empirisch			2008 theoret. empirisch			2009 theoret. empirisch				
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,05	12,08	9,00	0,05	11,98	9,00	0,05	10,17	8,00	0,05	10,08	9,00	0,05	9,90	9,00	0,05	10,53	9,00	0,05	10,08	8,00	0,05	10,17	8,00	0,05	10,17	8,00	0,05	11,09	10,00
0,20	46,42	39,00	0,20	46,13	40,00	0,20	40,24	36,00	0,20	39,91	34,00	0,20	39,29	33,00	0,20	41,49	35,00	0,20	39,91	35,00	0,20	40,24	35,00	0,20	40,24	35,00	0,20	43,35	37,00
1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00
Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob																								
1,75	2,08	0,24	1,78	1,54	0,21	2,45	0,83	0,13	2,50	1,33	0,25	2,60	1,56	0,30	2,28	1,55	0,27	2,50	1,00	0,15	2,45	1,12	0,17	2,05	1,49	0,31			

Theta als Rangkorrelation paarweise:

	2001 theoret. empirisch			2002 theoret. empirisch			2003 theoret. empirisch			2004 theoret. empirisch			2005 theoret. empirisch			2006 theoret. empirisch			2007 theoret. empirisch			2008 theoret. empirisch			2009 theoret. empirisch				
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,05	10,32	9,00	0,05	11,32	9,00	0,05	9,60	8,00	0,05	8,51	8,00	0,05	8,89	9,00	0,05	9,28	9,00	0,05	8,30	8,00	0,05	8,54	8,00	0,05	8,54	8,00	0,05	8,59	9,00
0,20	40,77	39,00	0,20	44,09	40,00	0,20	38,19	35,00	0,20	34,00	31,00	0,20	35,48	33,00	0,20	36,99	32,00	0,20	33,19	33,00	0,20	34,14	33,00	0,20	34,14	33,00	0,20	34,34	34,00
1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00
Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob																								
2,37	0,22	0,05	1,97	0,79	0,16	2,80	0,48	0,13	3,90	0,38	0,12	3,42	0,33	0,10	3,04	1,11	0,28	4,22	0,01	0,01	3,85	0,06	0,04	3,78	0,04	0,00			

	2001 theoret. empirisch			2002 theoret. empirisch			2003 theoret. empirisch			2004 theoret. empirisch			2005 theoret. empirisch			2006 theoret. empirisch			2007 theoret. empirisch			2008 theoret. empirisch			2009 theoret. empirisch				
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,35	68,82	62,00	0,35	72,88	64,00	0,35	65,37	59,00	0,35	59,15	54,00	0,35	61,44	55,00	0,35	63,67	57,00	0,35	57,85	53,00	0,35	59,36	55,00	0,35	59,36	55,00	0,35	59,68	55,00
0,50	92,11	83,00	0,50	95,41	86,00	0,50	89,05	79,00	0,50	82,79	77,00	0,50	85,21	78,00	0,50	87,44	78,00	0,50	81,33	75,00	0,50	83,02	74,00	0,50	83,02	74,00	0,50	83,36	74,00
1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00
Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob																								
2,37	3,88	0,32	1,97	4,69	0,25	2,80	4,46	0,31	3,90	1,37	0,20	3,42	2,20	0,30	3,04	3,76	0,32	4,22	1,54	0,29	3,85	3,44	0,44	3,78	3,69	0,58			

Gesamtmodelle: MLE

	2006-2010 theoret. empirisch			2001-2010 theoret. empirisch			2001-2010 theoret. empirisch			2001-2010 theoret. empirisch			2001-2010 theoret. empirisch			2001-2010 theoret. empirisch														
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
0,10	36,91	38,00	0,10	0,02	24,89	26,00	0,02	65,38	53,00	0,02	60,09	51,00	0,02	60,09	51,00	0,02	66,22	57,00	0,02	66,22	57,00	0,02	66,22	57,00	0,02	66,22	57,00	0,02	62,92	54,00
0,30	90,77	81,00	0,30	0,08	73,66	72,00	0,08	108,48	93,00	0,08	108,48	93,00	0,08	106,00	92,00	0,08	107,36	94,00	0,08	107,36	94,00	0,08	107,36	94,00	0,08	107,36	94,00	0,08	105,72	94,00
1,00	120,00	120,00	1,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00
Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	
1,68	5,49	0,34	0,98	0,27	0,00	0,48	23,39	0,95	0,52	15,92	0,19	0,52	15,92	0,19	0,52	15,92	0,19	0,52	15,92	0,19	0,52	15,92	0,19	0,52	15,92	0,19	0,52	15,92	0,19	

Gesamtmodelle: Theta als Rangkorrelation

	2006-2010 theoret. empirisch			2001-2010 theoret. empirisch			2001-2010 theoret. empirisch			2001-2010 theoret. empirisch			2001-2010 theoret. empirisch			2001-2010 theoret. empirisch														
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
0,40	90,99	88,00	0,40	0,02	13,90	17,00	0,02	84,78	70,00	0,02	80,10	63,00	0,02	80,10	63,00	0,02	87,27	73,00	0,02	87,27	73,00	0,02	87,27	73,00	0,02	87,27	73,00	0,02	80,78	70,00
0,55	110,31	104,00	0,55	0,08	50,53	52,00	0,08	114,99	95,00	0,08	113,73	95,00	0,08	113,73	95,00	0,08	114,96	98,00	0,08	114,96	98,00	0,08	114,96	98,00	0,08	114,96	98,00	0,08	113,07	95,00
1,00	120,00	120,00	1,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00
Theta	T	H ₀ -Prob																												

Anhang III.2

Testergebnisse: Ergebnisse ohne Risikvorsorge

MLE paarweise	2001 theoret.	empirisch	2002 theoret.	empirisch	2003 theoret.	empirisch	2004 theoret.	empirisch	2005 theoret.	empirisch	2006 theoret.	empirisch	2007 theoret.	empirisch	2008 theoret.	empirisch	2009 theoret.	empirisch									
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00									
	0,05	17,11	11,00	0,05	21,53	12,00	0,05	14,62	10,00	0,05	13,35	11,00	0,05	12,83	8,00	0,05	23,62	17,00									
	0,10	32,52	21,00	0,10	39,06	30,00	0,10	28,44	24,00	0,10	26,24	22,00	0,10	25,32	20,00	0,10	41,93	33,00									
	0,30	78,84	66,00	0,30	85,54	66,00	0,30	73,66	59,00	0,30	70,40	55,00	0,30	68,92	59,00	0,30	88,03	65,00									
	0,40	94,08	80,00	0,40	99,13	78,00	0,40	89,89	70,00	0,40	87,12	71,00	0,40	85,81	72,00	0,40	100,91	76,00									
	0,50	105,00	96,00	0,50	108,33	95,00	0,50	102,07	82,00	0,50	100,04	82,00	0,50	99,05	84,00	0,50	109,46	92,00									
	0,60	112,32	104,00	0,60	114,21	105,00	0,60	110,57	95,00	0,60	109,31	95,00	0,60	108,68	95,00	0,60	114,83	101,00									
	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00									
Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob							
	1,00	15,66	0,08	0,70	30,93	0,42	1,28	33,55	0,83	1,48	24,47	0,61	1,58	20,08	0,55	0,60	52,65	0,75	1,08	28,23	0,53	1,13	40,98	0,88	1,63	38,27	0,97

Theta als Rangkorrelation paarweise:	2001 theoret.	empirisch	2002 theoret.	empirisch	2003 theoret.	empirisch	2004 theoret.	empirisch	2005 theoret.	empirisch	2006 theoret.	empirisch	2007 theoret.	empirisch	2008 theoret.	empirisch	2009 theoret.	empirisch									
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00									
	0,05	17,11	11,00	0,05	21,53	12,00	0,05	14,62	10,00	0,05	13,35	11,00	0,05	12,83	8,00	0,05	23,62	17,00									
	0,20	58,56	42,00	0,20	66,19	54,00	0,20	53,16	46,00	0,20	49,98	41,00	0,20	48,59	38,00	0,20	69,22	52,00									
	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00									
Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob							
	1,00	9,28	0,57	0,70	7,14	0,19	1,28	2,39	0,15	1,48	2,77	0,31	1,58	4,32	0,52	0,60	10,16	0,28	1,08	5,64	0,35	1,13	7,64	0,56	1,63	2,83	0,29

Theta als Rangkorrelation paarweise:	2001 theoret.	empirisch	2002 theoret.	empirisch	2003 theoret.	empirisch	2004 theoret.	empirisch	2005 theoret.	empirisch	2006 theoret.	empirisch	2007 theoret.	empirisch	2008 theoret.	empirisch	2009 theoret.	empirisch									
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00									
	0,05	18,64	11,00	0,05	20,91	12,00	0,05	10,97	10,00	0,05	10,46	10,00	0,05	11,03	8,00	0,05	13,26	12,00									
	0,20	61,42	43,00	0,20	65,23	54,00	0,20	42,96	41,00	0,20	41,25	38,00	0,20	43,15	36,00	0,20	54,76	47,00									
	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00									
Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob							
	0,88	11,64	0,59	0,73	6,22	0,22	2,09	0,17	0,02	2,31	0,41	0,05	2,07	2,02	0,27	1,19	2,03	0,16	1,49	3,45	0,29	1,71	1,95	0,23	2,79	0,60	0,14

Gesamtmodelle:	2001 theoret.	empirisch	2002 theoret.	empirisch	2003 theoret.	empirisch	2004 theoret.	empirisch	2005 theoret.	empirisch	2006 theoret.	empirisch	2007 theoret.	empirisch	2008 theoret.	empirisch	2009 theoret.	empirisch									
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00									
	0,35	89,36	70,00	0,35	92,26	72,00	0,35	71,54	63,00	0,35	69,43	61,00	0,35	71,76	63,00	0,35	79,00	62,00									
	0,50	106,34	96,00	0,50	107,96	94,00	0,50	94,35	79,00	0,50	92,62	79,00	0,50	94,53	83,00	0,50	103,00	86,00									
	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00									
Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob							
	0,88	16,81	0,28	0,73	23,15	0,38	2,09	12,25	0,61	2,31	8,97	0,57	2,07	6,63	0,40	1,19	20,80	0,58	1,49	14,86	0,57	1,71	7,23	0,28	2,79	4,60	0,39

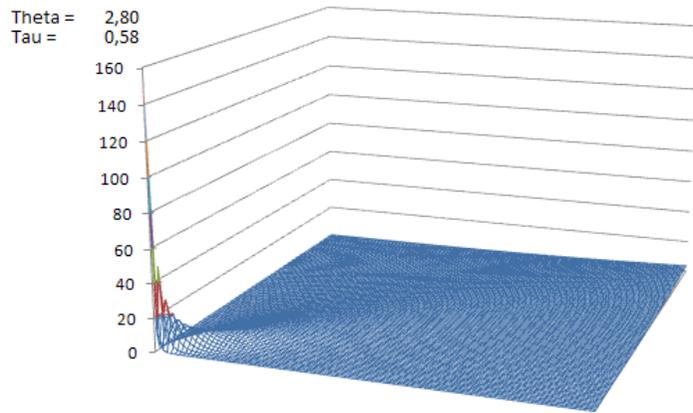
Gesamtmodelle:	2006-2010 theoret.	empirisch	2001-2010 theoret.	empirisch	2001-2010 theoret.	empirisch	2001-2010 theoret.	empirisch				
MLE	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00				
	0,05	46,23	44,00	0,02	56,38	57,00	0,02	80,10	76,00			
	0,20	100,90	88,00	0,08	104,03	95,00	0,08	113,73	104,00			
	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00			
Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	
	0,68	10,90	0,89	0,55	7,07	0,00	0,38	16,23	0,79	0,42	10,76	0,13

Gesamtmodelle:	2006-2010 theoret.	empirisch	2001-2010 theoret.	empirisch	2001-2010 theoret.	empirisch	2001-2010 theoret.	empirisch				
Theta als Rangkorrelation	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00				
	0,05	24,28	29,00	0,02	29,45	37,00	0,02	94,16	77,00			
	0,20	78,24	74,00	0,08	80,39	80,00	0,05	112,30	95,00			
	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00	1,00	120,00	120,00			
Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	Theta	T	H ₀ -Prob	
	1,30	2,83	0,00	0,88	3,18	0,00	0,29	41,96	0,62	0,31	30,53	0,25

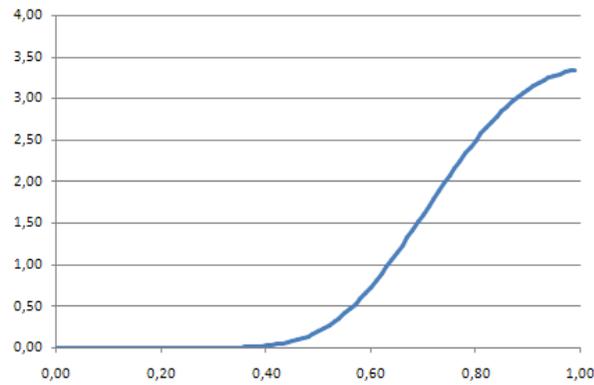
Die Anpassung ist auch mit anderen Zählklassengrenzen nicht gelungen

Anhang IV:

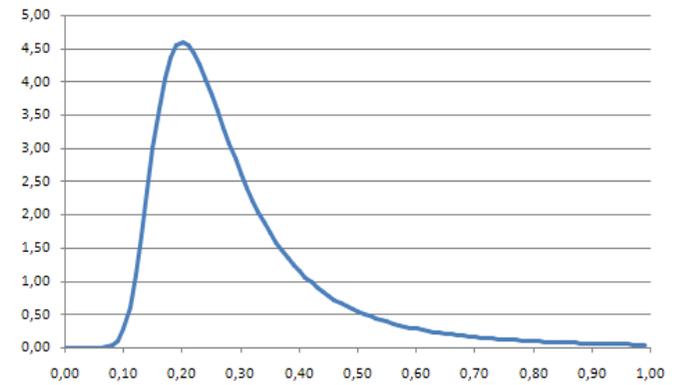
IV. 1 Cook-Johnson-Copula Modell der **versicherungstechnischen Ergebnisse** 2006 bis 2010



Masse 1,0059

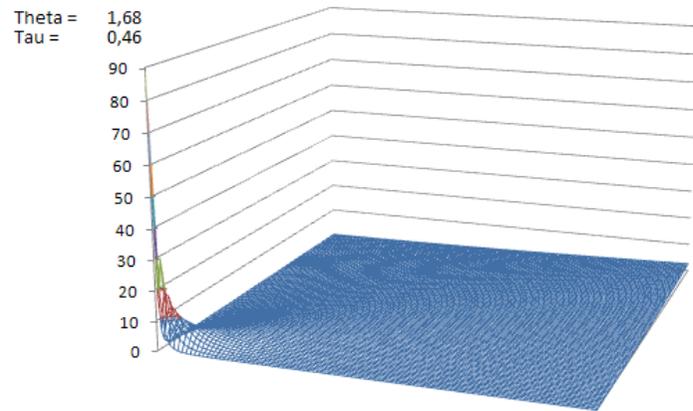


1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
0,8 0,8 0,8 0,8 $E(u | \dots) = 0,79$

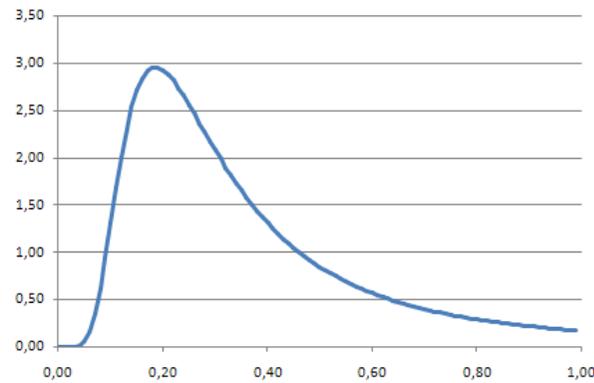


1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 $E(u | \dots) = 0,29$
0,2 0,2 0,2 0,2

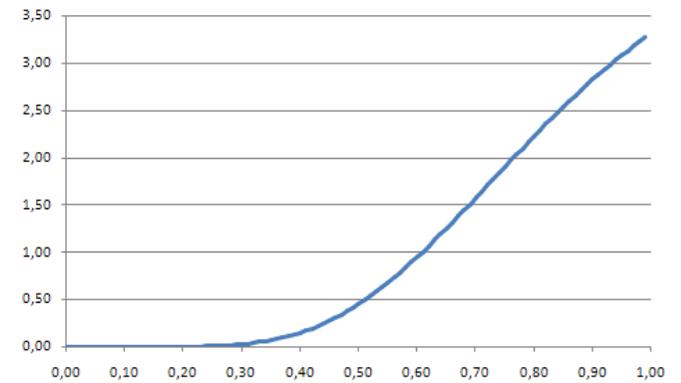
Modell der Anpassung über die mittlere Rangkorrelation



Masse 1,0024



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 $E(u | \dots) = 0,34$
0,2 0,2 0,2 0,2



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 $E(u | \dots) = 0,77$
0,8 0,8 0,8 0,8

Modell der Anpassung über Maximum Likelihood Schätzung

IV.2 Veranschaulichung der Modelle 2006-2010

versicherungstechnische Ergebnisse

0-Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1-Q	Gewicht	
-40,1%	---	---	--	-	o	+	**	***	***	38,8%	5,0	2010
-22,9%	---	---	--	-	o	+	**	***	***	31,2%	1,0	2009
-21,8%	---	---	--	o	-	+	**	**	***	32,5%	1,0	2008
-43,2%	---	---	--	o	-	+	**	**	***	29,0%	1,0	2007
-30,4%	---	---	--	o	o	+	**	+	***	28,6%	1,0	2006

MgT									
oD	Ym	Ökw	KH	sR					
6	13	16	16	17	18	15	9	10	
0,70	0,51	0,56	0,49	0,44	0,47	0,51	0,53	0,67	120

Anzahl: 120
avg.-max.-memb. 0,52

Ergebnisse ohne Risikovorsorge

0,0-Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1,0-Q	Gewicht	
-39,4%	---	---	--	-	o	+	**	***	***	135,1%	5,0	2010
-15,4%	---	---	--	-	o	+	**	***	***	124,0%	1,0	2009
-30,0%	--	--	--	o	+	o	+	**	***	169,3%	1,0	2008
-43,2%	--	--	--	-	**	o	+	+	***	110,7%	1,0	2007
-17,2%	**	--	--	-	+	o	**	-	***	96,2%	1,0	2006

MsgK						
o	D	mk	RH	VTw	Ö	
5	14	15	18	16	16	18
0,46	0,67	0,44	0,38	0,47	0,37	0,40

Anzahl: 120
avg.-max.-memb. 0,47

Clustering der Verteilung

2010	(1)	0,66	0,54	0,57	0,45
2009	0,81	(1)	0,66	0,61	0,56
2008	0,70	0,84	(1)	0,68	0,55
2007	0,73	0,78	0,84	(1)	0,61
2006	0,59	0,71	0,71	0,77	(1)

Oberes Dreieck Rang- unteres

Dreieck Pearson-Korrelation

Gemeinsame Verteilung

gruppiert nach Fünftel-Quantilen

2009	2008	2007	2006	2010	Segmentstärke
[1]	[2]	[3]	[4]	[0]	8
5	5	5	5	1	6
1	1	1	1	2	3
1	1	1	1	3	3
2	2	2	2	3	3
4	4	4	4	1	2
1	2	1	1	2	2
2	1	1	1	2	2
2	2	4	4	4	2
4	5	5	5	4	2
4	4	3	4	4	2
4	4	4	5	5	2
4	5	5	5	5	2
5	5	5	2	5	2

Clustering der Verteilung

2010	(1)	0,59	0,39	0,40	0,31
2009	0,76	(1)	0,47	0,41	0,30
2008	0,53	0,64	(1)	0,43	0,34
2007	0,54	0,56	0,58	(1)	0,38
2006	0,40	0,41	0,45	0,50	(1)

Oberes Dreieck Rang- unteres

Dreieck Pearson-Korrelation

gruppiert nach Fünftel-Quantilen

2009	2008	2007	2006	2010	Segmentstärke
[1]	[2]	[3]	[4]	[0]	5
1	1	1	1	1	5
5	5	5	5	2	4
1	2	2	1	2	2
1	2	3	1	3	2
2	3	4	3	3	2
3	4	4	4	3	2
4	5	5	5	5	2

Clusterergebnis I:

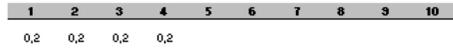
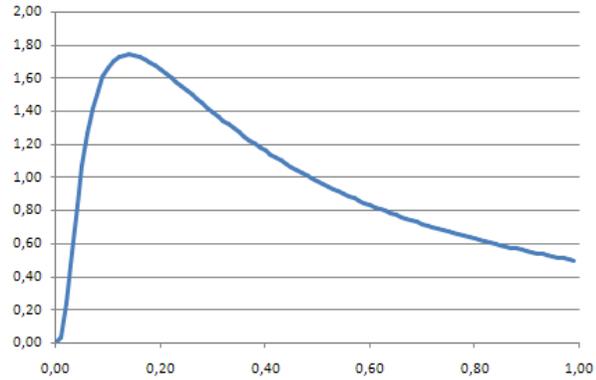
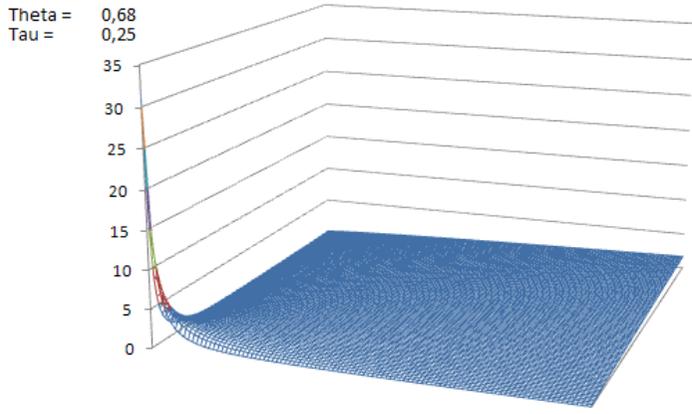
Die Cluster 1 und 9 entsprechen in etwa den Historien in IV.1

Die bedingten Erwartungen mit Ursprungs nahen Historien überschätzen,

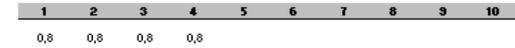
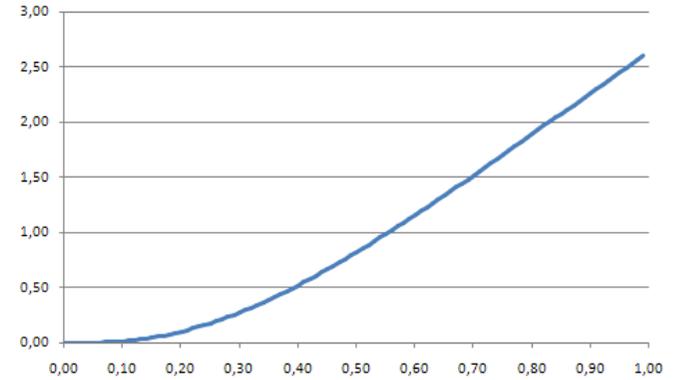
das aktuelle Mittel des Clusters 1 offensichtlich etwas.

Clusterergebnis II:

IV. 3 Cook-Johnson-Copula Modell der Ergebnisse ohne Risikovorsorge 2006 bis 2010



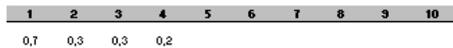
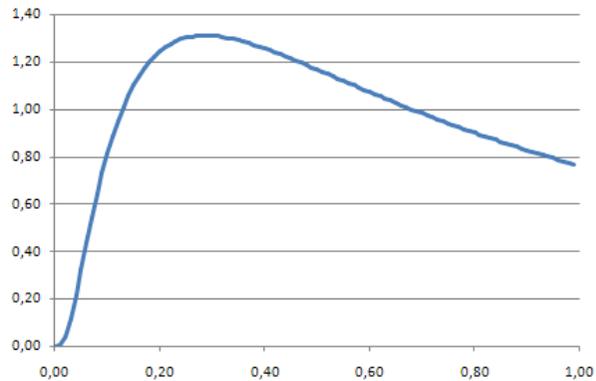
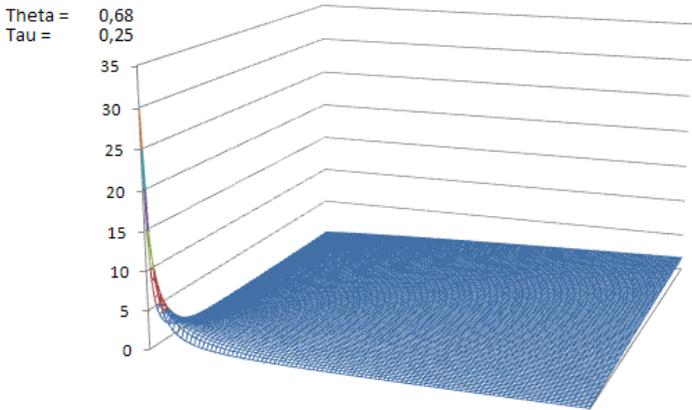
$E(u|..) = 0,41$



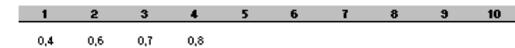
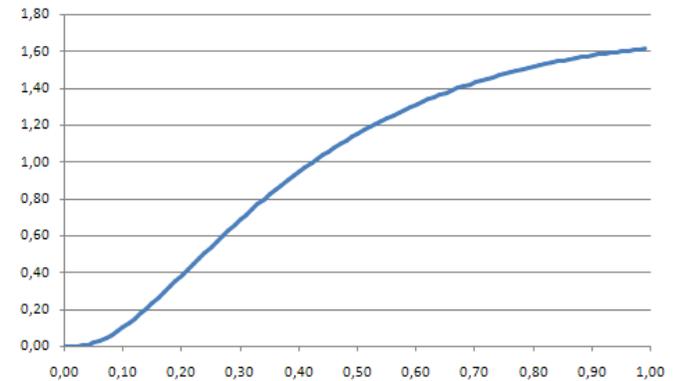
$E(u|..) = 0,72$

Masse 1,0006

IV. 1 Analoge Historien



$E(u|..) = 0,49$



$E(u|..) = 0,64$

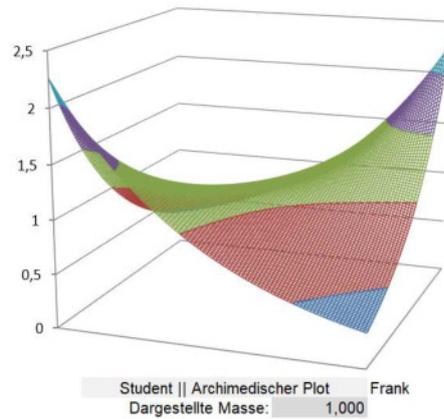
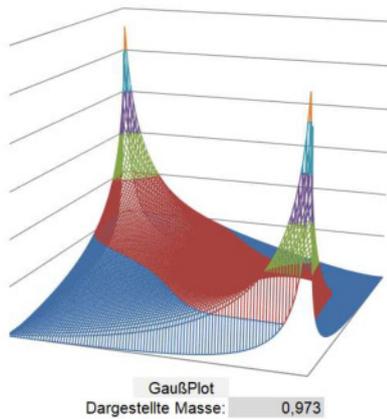
Masse 1,0006

Historien der Cluster 1 und 8 des Clusterergebnisses II

Das schwache Theta verwischt die aktuellen Unterschiede der Clustermittelpunkte offensichtlich stärker

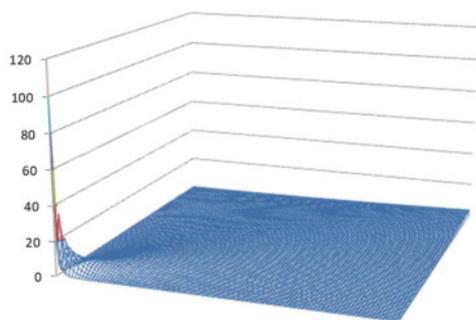
Copula Modelle

Die Berechnung ist zeitaufwendig (n=100 mit Intel i3Core ca 35s)

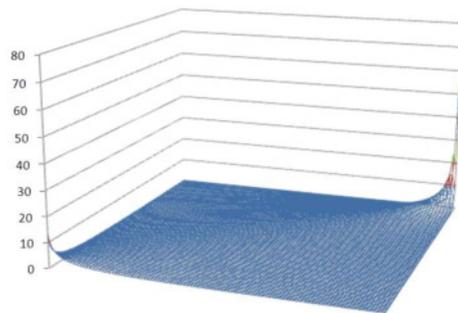


- Beispiele von Copula-Dichten mit jeweils $\tau = 0,5$ bzw. $\rho = 0,5$

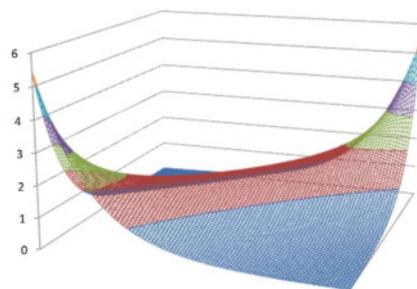
I. archimedische Copula-Dichten



Cook-Johnson-Copula mit $\theta=2$ (Masse = 1,0032)

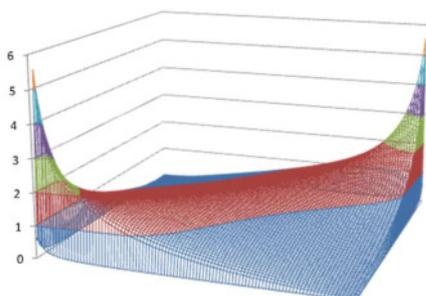


Gumble-Copula mit $\theta=2$ (Masse = 1,0018)

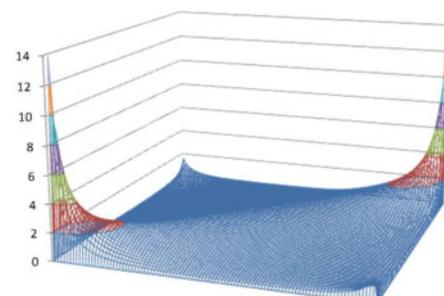


Frank-Copula mit $\theta=5,734$ (Masse = 1,0000)

II. elliptische Copula-Dichten



Gauß-Copula mit $\rho = 0,5$ (Masse = 0,9633)



Student-Copula mit $\rho = 0,5$ (Masse = 0,9650)

Vergleichsmöglichkeit mit R-Quellcode:

<http://www.rankingweb.de/Skripte/ModellierungsfreiheitenCookJohnsonCopula.pdf>

R-Quellcode in der Version aktualisiert **R-3.6.0**

```
library(rpanel)
require("copula")
require("copBasic")

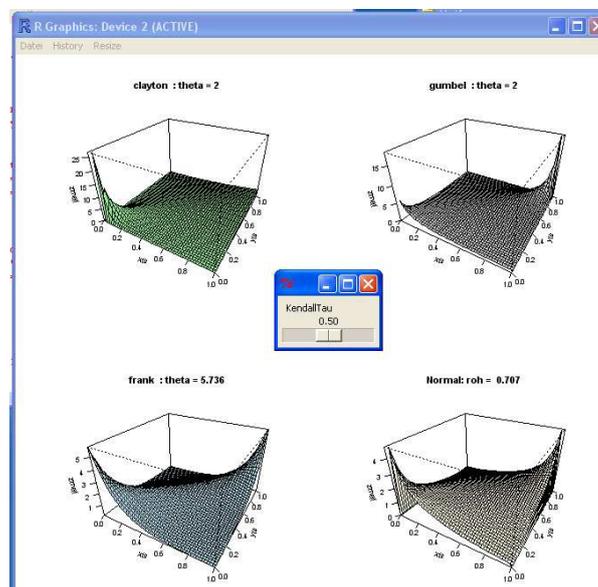
cop.draw <- function(slide) {
  par(mfrow = c(2, 2))
  tau<-slide$KendallTau
  t <- c(copClayton@iTau(tau), copGumbel@iTau(tau), copFrank@iTau(tau))
  cm<-0.8
  ca<-0.6
  cl<-0.7
  cp<-c("clayton","gumbel","frank")
  cc<-c("lightgreen", "lightgray", "lightblue")

  for (i in 1:3)
    { persp(archmCopula(cp[i], t[i], dim = 2), dCopula, main=paste(cp[i], " : theta =",
round(t[i],digits=3)),
  cex.main=cm, col=cc[i], theta=30, phi=30,
  ticktype="detailed", cex.axis=ca, cex.lab=cl) }

  ro<-sin(tau*pi/2)
  persp(normalCopula(0.5, dim = 2, dispstr = "ex"), dCopula,
  main=paste("Normal: roh = ",round(ro, digits=3)),
  cex.main=cm, col="lightyellow", theta=30, phi=30,
  ticktype="detailed", cex.axis=ca, cex.lab=cl)

  par(mfrow = c(1, 1))
  slide }

slide <- rp.control(KendallTau = 0.5)
rp.slider(slide, KendallTau, 0, 1, showvalue = TRUE, resolution=0.05, cop.draw)
```



Ergebnis